

UNTERRICHTSPLANUNG FÜR DEN MATHEMATIKUNTERRICHT AM 11.05.1999

Schule: Ernst-Moritz-Arndt Gymnasium
Raum C 210
Klasse: 10 c
Zeit: 2. Stunde ($8^{50} - 9^{35}$)

Hauptseminarleiter: Herr Jung
Fachleiter: Herr Hörstke
Fachlehrerin: Herr Bongardt
Referendar: Daniel Garmann
Rheinaustr. 169
53225 Bonn
Tel: (02 28) 4 79 89 80

Thema der Stunde: Funktionen der Form $x \mapsto a \cdot \sin(b(x - c)) + d$ – Einführung in die qualitativen Zusammenhänge zwischen Funktionsterm und Funktionsgraph der Sinusfunktion

Thema der Reihe: Trigonometrische Funktionen

1 Einordnung in den Reihenkontext:

Seit 12 Stunden beschäftigt sich der Kurs mit dem übergeordneten Thema der trigonometrischen Funktionen, wobei erst in den letzten 4 Stunden der Funktionsbegriff durch die Einführung der Definition am ganzen Einheitskreis inhaltlich gefüllt wurde. Um diesen Definitionswechsel zu veranschaulichen, wurde für die Einführungsstunde der Einsatz des Computers geplant, mußte jedoch aufgrund eines technischen Defekts des Netzwerks unterbleiben. Somit ist diese Stunde für die SchülerInnen die erste Stunde, in der sie mit der entwickelten Software arbeiten.

Die letzten zwei Stunden wurden dafür verwendet, die Funktionen für das Bogenmaß zu definieren, sowie die bereits erarbeiteten Eigenschaften bzgl. des Gradmaßes auf die des Bogenmaßes zu übertragen. Mit der heutigen Stunde erhalten die SchülerInnen durch heuristisches Experimentieren einen anschaulichen Zugang zu qualitativen Zusammenhängen zwischen Funktionsterm und Funktionsgraph bzgl. der Sinusfunktion, der in der folgenden Stunde ebenfalls am Computer quantitativ ergänzt werden soll.

2 Didaktischer Kurzkomentar:

Die Behandlung der trigonometrischen Funktionen ist verbindlicher Bestandteil des Lehrplanes für die Jahrgangsstufe 10 – die Behandlung von Funktionen der Form $x \mapsto a \cdot \sin(b(x - c)) + d$ spielt jedoch vielfach eine untergeordnete Rolle. Dabei sind der Funktionsbegriff, sowie die graphische Interpretation eines Funktionsterms in der Oberstufe nicht nur im Themenkomplex der Analysis von großer Bedeutung. Gerade die Fähigkeit, qualitative Zusammenhänge zwischen Funktionsterm und Funktionsgraph zu erkennen, bildet die Grundvoraussetzung für die weitere Analyse von Funktionen, die in der Jahrgangsstufe 11 andeutungsweise und in der Jahrgangsstufe 12 im Rahmen der Kurvendiskussion ausführlich behandelt wird.

Da der Anwendungsbezug der Thematik dieser Stunde nur durch aufwendige physikalische Experimente herzustellen wäre, soll die Motivation der SchülerInnen durch eine ganzheitliche und spielerisch-experimentelle Zugangsweise geweckt werden. Das in dem Kurs benutzte Schulbuch ist dabei für diesen Zugang in zweierlei Hinsicht unbrauchbar:

1. Die zu untersuchenden Parameter werden getrennt voneinander, unvollständig und unverständlich bzw. falsch eingeführt. Die Verschiebung des Graphen in Richtung der y-Achse wird vernachlässigt.
2. Die Thematik lebt von der Simulation bzgl. der Parameteränderung, die im Schulbuch durch Überlagerung statischer Zeichnungen nur unzureichend nachgestellt werden kann.

Das spielerische Entdecken von Zusammenhängen zwischen den einzelnen Parametern, sowie die methodische Zugangsweise verleihen dem Unterricht einen heuristischen Charakter, der die SchülerInnen anregt und motiviert.

Im Zentrum der Betrachtung dieser Stunde steht der qualitative Zusammenhang zwischen Funktionsterm und Funktionsgraph. Dabei werden die SchülerInnen die Bedeutung der Parameter inkl. ihrer Sonderfälle anhand der resultierenden Graphen charakterisieren bzw. aus einem Graphen Rückschlüsse auf die zugrundeliegenden Parameter ziehen. Rückschlüsse auf konkrete Zahlenwerte werden in dieser Stunde bewußt vernachlässigt, werden jedoch in der Folgestunde an der vorbereitenden Hausaufgabe thematisiert.

Diese und die nachfolgende Stunde ist durch einen schrittweisen Anstieg des Schwierigkeitsgrades gekennzeichnet. Werden in dieser Stunde lediglich die Parameter charakterisiert und Rückschlüsse bzgl. des Graphen auf nur einen Parameter gefordert, so werden in der Folgestunde Graphen analysiert, die Rückschlüsse auf mehr als einen Parameter zulassen.

3 Methodischer Kurzkomentar:

Wie bereits erwähnt besitzt diese Stunde einen spielerisch-experimentellen Charakter. Dieser wird durch die Verwendung des Computers und der für diese Unterrichtseinheit entwickelten Software unterstützt. Die Simulation einer Parameteränderung nimmt dabei sowohl im Unterricht als auch im Programm eine zentrale Stellung ein. Die SchülerInnen entwickeln schrittweise erste Vorstellungen von der Bedeutung der Parameter, indem sie ihre Veränderungen simulieren. Anschließend interpretieren sie die Funktionsgraphen und deren zugehörigen Funktionsterme und formulieren auf der Symbolebene Bedingungen für die Wechselwirkung zwischen Graph und Term. Die neuen Erkenntnisse werden dazu genutzt, einen Funktionsterm gezielt so zu verändern, daß dessen Funktionsgraph in einen vorgegebenen überführt wird.

Sowohl die qualitative Beschreibung des Zusammenhangs Parameter \leftrightarrow Graph als auch die Anwendung der Erkenntnisse bei der Suche nach einem Funktionsterm zu gegebenen Funktionsgraphen bilden zwei in sich abgeschlossene Phasen, deren Schwierigkeitsgrad aufeinander aufbauend angelegt ist. Die eingesetzten Arbeitsblätter helfen den SchülerInnen in beiden Partnerarbeitsphasen, die Arbeit selbständig durchzuführen und erarbeitete Ergebnisse strukturiert zu notieren.

Die jeweils abschließenden Sicherungsphasen dienen dazu, erarbeitete Lösungen im Unterrichtsgespräch zu verifizieren und zu vergleichen. Dazu erhalten die SchülerInnen zwischenzeitlich die Gelegenheit, ihre Lösungen auf Folie zu fixieren, um eine schnelle Gegenüberstellung zu gewährleisten.

Die Arbeit mit dem Computer birgt zwei Schwierigkeiten in sich:

1. Einige SchülerInnen sind im Umgang mit dem Rechner vertraut und bearbeiten deswegen die Aufgabenteile schneller als andere SchülerInnen. Die notwendigen Differenzierungsmaßnahmen bestehen in zusätzlichen, komplexeren Funktionsgraphen, deren zu suchende Funktionsterme ebenfalls am Programm entwickelt werden sollen.
2. Der Wechsel zwischen dem Medium Computer und dem Medienverbund Tafel, Folie, Arbeitsblatt kann sich z. T. schwierig gestalten. Zeitliche Konsequenzen können dadurch aufgefangen werden, daß in der zweiten Erarbeitungsphase die Aufgaben arbeitsteilig durchgeführt werden. Durch die Sicherungsphase werden die evtl. entstandenen Defizite ausgeglichen, so daß die Bearbeitung der Hausaufgabe möglich sein sollte.

Diese didaktischen und methodischen Überlegungen implizieren einen stark ausgeprägten experimentellen und heuristischen Charakter dieser Unterrichtsstunde, welcher folgendes Ziel verfolgt:

4 Das zentrale Stundenziel:

Die SchülerInnen sollen die Zusammenhänge zwischen der allgemeinen Funktionsvorschrift $x \mapsto a \cdot \sin(b(x - c)) + d$ und zugehörigem Funktionsgraphen beschreiben, charakteristische Merkmale des Graphen benennen und der Vorschrift zuordnen können. Sie sollen aus der qualitativen Analyse eines Funktionsgraphen den zugehörigen Funktionsterm vermuten und experimentell entwickeln können.

5 Synopse:

Phase (Funktion)	Inhalt	Medium	Methode	Lehr- / Lernorganisation	Didaktische Intention (Kommentar)
Einstieg	Die Thematik der Stunde wird im den Reihenkontext erläutert.	Tafel	problemerfassendes Zuhören	LV	
Erarbeitung	qualitative Zusammenhänge zwischen Funktionsterm und Funktionsgraph werden entdeckt.	Computer	experimentelles Beobachten, Entdecken und Verifizieren	PA	Die SchülerInnen erhalten einen ersten heuristischen Zugang zur Problematik.
	Die Zusammenhänge werden strukturiert formuliert.	Arbeitsblatt (I)	strukturierendes Zusammenfassen	PA	Die SchülerInnen ordnen und strukturieren ihre Beobachtungen für die Ergebnissicherung.
Sicherung	Die Zusammenhänge werden qualitativ beschrieben und tabellarisch fixiert.	Tafel	zusammenfassendes Vortragen	UG / SV	Die SchülerInnen erhalten einen umfassenden Überblick über den Zusammenhang zwischen Parameterwahl und Auswirkungen auf den Funktionsgraphen.
	Die qualitativen Zusammenhänge werden durch Parameterwertebereiche exaktifiziert.	Tafel	argumentierendes Diskutieren	UG	
Erarbeitung	Zu vorgegebenen Funktionsgraphen wird der zugehörige Term entwickelt.	Arbeitsblatt II Computer	heuristisches Rekonstruieren durch Charakterisierung	PA	Die Erkenntnisse werden zur Bestimmung eines Funktionsterms zu gegebenen Graphen genutzt.
Sicherung	Die Lösungen und deren Entstehung werden vorgestellt. Evtl. Unterschiede werden charakterisiert.	Folie	zusammenfassendes Vorstellen und Begründen	SV	Die SchülerInnen erläutern und begründen ihre Lösungsstrategie anhand der Zusammenstellung der Merkmale.
Hausaufgabe:					
Übung	Die Erkenntnisse werden zur qualitativen Beschreibung weiterer Funktionsgraphen genutzt.	Arbeitsblatt III	zielgerichtetes Rekonstruieren durch Charakterisierung	EA	Die Zusammenhänge werden wiederholend geübt, die Schwierigkeit der exakten Beschreibung wird entdeckt.

6 Tafelbild

